

試験時間 70分

【注意事項】

- 問題冊子は1冊11頁ある。別に解答用紙（マークシート）が配付される。
- 解答用紙に受験番号および氏名を記入し、受験番号をマークすること。
- 問題冊子にも受験番号、氏名を記入すること。
- 設問は **ア** から **ノ** まで 25 問ある。問題の文中の **ア**、**イ**、**ウ** などの に入れるべき適当な答を選択肢の中から一つ選んで、その番号を解答用紙にマークすること。
解答用紙の **ハ** 以下にはマークしないこと。
- 計算用紙はないので、問題冊子の余白部分を利用すること。
- 終了後、問題冊子は解答用紙とともに机上に置いて退室すること。持ち帰ってはいけない。

以下の問題の にはまる答を選択肢の中から1つ選び、その番号を解答欄にマークしなさい。

問題Ⅰ. 半径5の円に内接する四角形 ABCD があり、 $AB=BC$ 、 $AC=8$ 、 $\angle ADC > \frac{\pi}{2}$ である。ACとBDの交点をPとする。

- $\angle BAC = \theta$ とおくと、 $\sin 2\theta$ の値は **ア**、 $\sin \theta$ の値は **イ** である。
- AB の長さは **ウ** である。
- $\frac{AP}{PC} = 2$ のとき、CD の長さは **エ** である。

ア の選択肢

- 1 2 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 4 $\frac{2}{3}$ 5 $\frac{\sqrt{5}}{4}$
 6 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 7 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 8 $\frac{2}{5}$ 9 $\frac{3}{5}$ 10 $\frac{4}{5}$

イ の選択肢

- 1 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 2 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 3 $\frac{\sqrt{2}}{5}$ 4 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 5 $\frac{\sqrt{2}}{7}$ 6 $\frac{\sqrt{3}}{7}$ 7 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{7}$ 8 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{9}$
 9 $\frac{\sqrt{5}-2}{9}$ 10 $\frac{\sqrt{5}+2}{9}$

ウ の選択肢

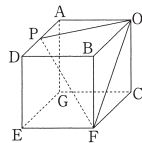
- 1 $2\sqrt{2}$ 2 4 3 5 4 6 5 $2\sqrt{10}$
 6 7 7 $2\sqrt{15}$ 8 8 9 $6\sqrt{2}$ 10 $4\sqrt{5}$

エ の選択肢

- 1 6 2 7 3 8 4 $\frac{15}{2}$ 5 $\frac{4\sqrt{3}}{5}$
 6 $\frac{6}{7}$ 7 $\frac{10}{17}$ 8 $\frac{12\sqrt{2}}{35}$ 9 $\frac{8\sqrt{185}}{37}$ 10 $\frac{-6+14\sqrt{41}}{25}$

問題Ⅱ. 右の図のような一辺の長さが2の立方体 OADB-CGEF がある。

辺 AD 上に $AP=1$ となるように点 P をとる。
 $\vec{OA}=\vec{a}$ 、 $\vec{OB}=\vec{b}$ 、 $\vec{OC}=\vec{c}$ とおく。



- \vec{PF} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表すと、
 $\vec{PF} =$ **オ** $\vec{a} +$ **カ** $\vec{b} +$ **キ** \vec{c} である。
- $\angle POF = \theta$ とおくと、 $\cos \theta$ の値は **ク** である。
- 三角形 OPF の面積は **ケ** である。
- 点 B から三角形 OPF に垂線を引き、その交点を H とする。このとき、
 $\vec{BH} =$ **コ** $\vec{a} +$ **サ** $\vec{b} +$ **シ** \vec{c} である。

オ の選択肢

- 1 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{3}$ 4 $\frac{2}{3}$ 5 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 6 (-1) 7 $(-\frac{1}{2})$ 8 $(-\frac{1}{3})$ 9 $(-\frac{2}{3})$ 10 0

カ の選択肢

- 1 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{3}$ 4 $\frac{2}{3}$ 5 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 6 (-1) 7 $(-\frac{1}{2})$ 8 $(-\frac{1}{3})$ 9 $(-\frac{2}{3})$ 10 0

キ の選択肢

- 1 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{3}$ 4 $\frac{2}{3}$ 5 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 6 (-1) 7 $(-\frac{1}{2})$ 8 $(-\frac{1}{3})$ 9 $(-\frac{2}{3})$ 10 0

ク の選択肢

- 1 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 $\frac{2}{5}$
 6 $\frac{4}{5}$ 7 $\frac{\sqrt{2}}{7}$ 8 $\frac{2}{7}$ 9 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 10 $\frac{3}{10}$

ケ の選択肢

- 1 2 2 3 3 4 $\frac{3}{2}$ 5 $\frac{8}{3}$
 6 $\frac{8}{5}$ 7 $2\sqrt{2}$ 8 $2\sqrt{3}$ 9 $3\sqrt{3}$ 10 $\sqrt{7}$

コ の選択肢

- 1 $\frac{1}{2}$ 2 $\frac{2}{3}$ 3 $\frac{2}{9}$ 4 $\frac{4}{9}$ 5 $\frac{5}{9}$
 6 $(-\frac{1}{2})$ 7 $(-\frac{2}{3})$ 8 $(-\frac{2}{9})$ 9 $(-\frac{4}{9})$ 10 $(-\frac{5}{9})$

サ の選択肢

- 1 $\frac{1}{2}$ 2 $\frac{2}{3}$ 3 $\frac{2}{9}$ 4 $\frac{4}{9}$ 5 $\frac{5}{9}$
 6 $(-\frac{1}{2})$ 7 $(-\frac{2}{3})$ 8 $(-\frac{2}{9})$ 9 $(-\frac{4}{9})$ 10 $(-\frac{5}{9})$

シ の選択肢

- 1 $\frac{1}{2}$ 2 $\frac{2}{3}$ 3 $\frac{2}{9}$ 4 $\frac{4}{9}$ 5 $\frac{5}{9}$
 6 $(-\frac{1}{2})$ 7 $(-\frac{2}{3})$ 8 $(-\frac{2}{9})$ 9 $(-\frac{4}{9})$ 10 $(-\frac{5}{9})$

問題Ⅲ. $f(x) = x^3 + 1$ とおくと、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(a, f(a))$ での接線 l の方程式は $y = \boxed{\text{ス}}$ である。ただし、 $a \neq 0$ とする。 l がさらに円 $x^2 + y^2 = 1$ と点 $B(p, q)$ で接するとき、 p, q を a を用いて表せば、 $p = \boxed{\text{セ}}$ 、 $q = \boxed{\text{ソ}}$ である。したがって、このときの a の値のうち有理数のものは $\boxed{\text{タ}}$ 、無理数のものは $\boxed{\text{チ}}$ である。

$\boxed{\text{ス}}$ の選択肢

- 1 $a^3x + a^3 + 1$ 2 $a^3x - a^3 + 1$ 3 $a^3x + 2a^3 + 1$
 4 $a^3x - 2a^3 + 1$ 5 $a^3x + a^3 - 3a^2 + 1$ 6 $3a^2x + a^3 + 1$
 7 $3a^2x - a^3 + 1$ 8 $3a^2x + 2a^3 + 1$ 9 $3a^2x - 2a^3 + 1$
 10 $3a^2x + a^3 - 3a^2 + 1$

$\boxed{\text{セ}}$ の選択肢

- 1 $3a^2$ 2 $\frac{1}{a^3 - 1}$ 3 $\frac{3a^2}{a^3 - 1}$ 4 $\frac{1}{2a^3 - 1}$
 5 $\frac{3a^2}{2a^3 - 1}$ 6 $-\frac{1}{a^3 - 1}$ 7 $-\frac{3a^2}{a^3 - 1}$ 8 $-\frac{1}{2a^3 - 1}$
 9 $-\frac{3a^2}{2a^3 - 1}$ 10 $3a - 1$

$\boxed{\text{ソ}}$ の選択肢

- 1 $3a^2$ 2 $\frac{1}{a^3 - 1}$ 3 $\frac{3a^2}{a^3 - 1}$ 4 $\frac{1}{2a^3 - 1}$
 5 $\frac{3a^2}{2a^3 - 1}$ 6 $-\frac{1}{a^3 - 1}$ 7 $-\frac{3a^2}{a^3 - 1}$ 8 $-\frac{1}{2a^3 - 1}$
 9 $-\frac{3a^2}{2a^3 - 1}$ 10 $3a - 1$

$\boxed{\text{タ}}$ の選択肢

- 1 $\frac{1}{2}$ 2 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{2}{3}$ 4 $\frac{1}{4}$ 5 $\frac{3}{4}$
 6 $-\frac{1}{2}$ 7 $-\frac{1}{3}$ 8 $-\frac{2}{3}$ 9 $-\frac{1}{4}$ 10 $-\frac{3}{4}$

$\boxed{\text{チ}}$ の選択肢

- 1 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ と $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2 $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ と $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$
 3 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ と $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 4 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ と $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 5 $\frac{1+\sqrt{17}}{3}$ と $\frac{1-\sqrt{17}}{3}$ 6 $\frac{1+2\sqrt{10}}{3}$ と $\frac{1-2\sqrt{10}}{3}$
 7 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ と $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ 8 $\frac{1+\sqrt{33}}{4}$ と $\frac{1-\sqrt{33}}{4}$
 9 $\frac{1+\sqrt{51}}{4}$ と $\frac{1-\sqrt{51}}{4}$ 10 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$ と $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$

問題Ⅳ. $\log_y x + \log_x(x+6) \leq 1 + \log_y(-y+8) \cdots \textcircled{1}$ を考える。

- (1) $y=7$ のとき、 $\textcircled{1}$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{\text{ツ}}$ である。
 (2) $0 < x < 3$ の範囲で $\textcircled{1}$ を満たす点 (x, y) の表す領域を D_1 とし、 D_1 とその境界を合わせた集合を D とする。 D の点 (x, y) に対して、 $x+y$ の最大値は $\boxed{\text{テ}}$ 、 $y-x$ の最小値は $\boxed{\text{ト}}$ である。また、 D の点 (x, y) で x, y が共に整数であるものは全部で $\boxed{\text{ナ}}$ 個ある。

$\boxed{\text{ツ}}$ の選択肢

- 1 $0 \leq x \leq 1$ 2 $0 < x \leq 1$ 3 $x \geq 1$
 4 $\sqrt{2} - 1 \leq x \leq 2$ 5 $\sqrt{2} - 1 < x \leq 2$ 6 $\sqrt{2} - 1 \leq x < 1$
 7 $0 < x \leq 3 + \sqrt{10}$ 8 $-3 + \sqrt{10} < x < 3 + \sqrt{10}$ 9 $x \geq 3 + \sqrt{10}$
 10 $1 < x \leq 3 + \sqrt{10}$

$\boxed{\text{テ}}$ の選択肢

- 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
 6 7 7 8 8 $1+5\sqrt{2}$ 9 $5\sqrt{2}-1$ 10 $7+5\sqrt{2}$

$\boxed{\text{ト}}$ の選択肢

- 1 -3 2 -2 3 -1 4 0 5 1
 6 2 7 3 8 $-1-5\sqrt{2}$ 9 $1-5\sqrt{2}$ 10 $7-5\sqrt{2}$

$\boxed{\text{ナ}}$ の選択肢

- 1 7 2 8 3 9 4 10 5 13
 6 21 7 22 8 23 9 24 10 25

問題Ⅴ. A 校から D 校までの 4 校の生徒がそれぞれ 2 人ずつ、合計 8 人の生徒がいる。これら 8 人の生徒を 1 号室から 4 号室までの 4 部屋にそれぞれ 2 人ずつ入れる。

- (1) 入れ方の総数は $\boxed{\text{ニ}}$ である。
 (2) どの部屋も同じ学校の生徒が入る確率は $\boxed{\text{又}}$ である。
 (3) A 校の生徒と B 校の生徒が同室にならない確率は $\boxed{\text{ネ}}$ である。
 (4) 同じ学校の生徒が必ず別の部屋に入る確率は $\boxed{\text{ノ}}$ である。

$\boxed{\text{ニ}}$ の選択肢

- 1 630 2 840 3 1260 4 2520 5 3150
 6 3360 7 3780 8 5040 9 7560 10 8400

$\boxed{\text{又}}$ の選択肢

- 1 $\frac{1}{105}$ 2 $\frac{7}{120}$ 3 $\frac{1}{126}$ 4 $\frac{1}{180}$ 5 $\frac{1}{450}$
 6 $\frac{4}{1575}$ 7 $\frac{3}{1700}$ 8 $\frac{13}{2520}$ 9 $\frac{1}{3150}$ 10 $\frac{17}{3780}$

$\boxed{\text{ネ}}$ の選択肢

- 1 $\frac{12}{35}$ 2 $\frac{17}{35}$ 3 $\frac{15}{56}$ 4 $\frac{7}{72}$ 5 $\frac{29}{91}$
 6 $\frac{41}{91}$ 7 $\frac{41}{105}$ 8 $\frac{19}{210}$ 9 $\frac{19}{310}$ 10 $\frac{21}{310}$

$\boxed{\text{ノ}}$ の選択肢

- 1 $\frac{1}{3}$ 2 $\frac{2}{3}$ 3 $\frac{2}{5}$ 4 $\frac{3}{5}$ 5 $\frac{3}{7}$
 6 $\frac{4}{7}$ 7 $\frac{3}{8}$ 8 $\frac{5}{8}$ 9 $\frac{4}{9}$ 10 $\frac{5}{9}$