理学部 ［選抜］ 数学

※英語または数学
から１科目選択

試験時間 60分

【注　意　事　項】

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2　**問題冊子に受験番号，氏名を記入しなさい。**
3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
4　解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，**監督者の指示に従って，**それぞれ正しく記入し，マークしなさい。
　⑴　**氏名欄**
　　　氏名・フリガナを記入しなさい。
　⑵　**受験番号欄**
　　　受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**
　⑶　**志望学科欄**
　　　志望する学科にマークをしなさい。
5　解答用紙を折り曲げたり，汚してはいけません。マークを訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，中途半端な消し方をしないこと。不正確なマークは採点の対象外となります。解答用紙に消しゴムかすが残っていると，採点が不可能となる場合があります。解答用紙の両面の消しゴムかすは，回収前に取り除いておくこと。
6　問題冊子の計算用紙および余白等は適宜利用してかまいませんが，どのページも切り離してはいけません。
7　試験終了後，解答用紙・問題冊子とも回収しますので**持ち帰ってはいけません。**

解答上の注意

数学の問題の数値の選択肢は，マイナス符号(－)，０～９までの数字である。

(1) 符号付きの数値を選びたい場合は，特に指定のない限り次の方法で解答用紙の解答欄にマークして答えなさい。

例　1　　$\boxed{ア}x^2+\boxed{イ}x+\boxed{ウ}$ に　$-x+3$　と答えたいとき，

ア　－ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ　－ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ　－ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

のように，$\boxed{イ}$ は２箇所にマークする。

例　2　　$\boxed{ア}x+\boxed{イ}\boxed{ウ}$ に　$x-34$　と答えたいとき，

ア　－ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ　－ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ　　 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

のように，$\boxed{イ}$ は２箇所にマークする。

例　3　　符号付きの分数で，$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ に $-\dfrac{3}{5}$ と答えたいとき，

ア　－ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ　　 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

のように，分子の $\boxed{ア}$ は２箇所にマークする。

(2) 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

(3) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$6\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$3\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

Ⅰ　次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{タ}$ にあてはまる最も適切な数を答えなさい。
ただし，数値の選び方については解答上の注意を参照しなさい。

(1)　x^3+3x^2+2x+2 を $x+1$ で割ったときの商は $\boxed{ア}x^2+\boxed{イ}x+\boxed{ウ}$，余りは $\boxed{エ}$ である。

(2)　ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ について，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$ とする。

$|3\vec{a}+s\vec{b}|$ が最も小さい時の s の値は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ であり，その時の $|3\vec{a}+s\vec{b}|^2$ は $\boxed{キ}\boxed{ク}$ である。

(3)　数列 c_n について，$c_1=1$，および，$c_{n+1}=2c_n+1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする。
このとき，$c_2=\boxed{ケ}$，$c_3=\boxed{コ}$ であり，一般項は $c_n=\boxed{サ}^n+\boxed{シ}$ である。

(4)　$\left\{\tan\left(-\dfrac{7}{3}\pi\right)\right\}^2$ の値は $\boxed{ス}$ である。

(5)　$\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}(2x+8)=-2$ を満たす x の値は $\boxed{セ}$ である。

(6)　２次方程式 $2x^2+5x-3=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\left|\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\beta}\right|$ の値は $\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ である。

Ⅱ　次の文中の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ナ}$ にあてはまる数を答えなさい。
ただし，数値の選び方については解答上の注意を参照しなさい。

0または正の実数 a を含む関数 $f(x)$ を

$$f(x)=3(x^2-a^2)$$

と定めるとき，関数 $f(x)$ の絶対値の定積分

$$I(a)=\int_0^1 |f(x)|\,dx$$

を，a の関数として考える。

いま，$0 \leqq a < 1$ のときの定積分 $I(a)$ を求めれば，

$$I(a)=\boxed{ア}a^3+\boxed{イ}a^2+\boxed{ウ}a+\boxed{エ}$$

となる。同様にして，$1 \leqq a$ のときには

$$I(a)=\boxed{オ}a^3+\boxed{カ}a^2+\boxed{キ}a+\boxed{ク}$$

を得る。

よって，関数 $I(a)$ のグラフの増減を調べるために a についての導関数 $I'(a)$ を求めれば，$0 \leqq a < 1$ のときは

$$I'(a)=\boxed{ケ}\,\boxed{コ}a^2+\boxed{サ}a+\boxed{シ}$$

となり，$1 \leqq a$ のときには

$$I'(a)=\boxed{ス}a^2+\boxed{セ}a+\boxed{ソ}$$

となる。

以上の結果から，関数 $I(a)$ は a が0から増加するとき，$I(0)=\boxed{タ}$ から始まり，$a=\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ を取り，$I(1)=\boxed{ナ}$ を経て，以後は単調に増加する関数となることがわかる。

Ⅲ　次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ノ}$ に当てはまる数を答えなさい。
ただし，数値の選び方については解答上の注意を参照しなさい。

xy 平面内に，2直線 L_1：$y=2x-3$ および L_2：$y=1$ がある。原点に始点をもち，L_1 上の点Pに終点をもつベクトルを $\vec{a}$，同様に，原点に始点をもち，L_2 上の点Qに終点をもつベクトルを $\vec{b}$ とする。また，これら2本のベクトルの成す角を θ とする。

(1)　$\vec{a}$ の x 成分を t としたとき，$\vec{a}=(t,\ \boxed{ア}t+\boxed{イ})$ である。同様に $\vec{b}$ の x 成分を s としたとき，$\vec{b}=(s,\ \boxed{ウ}s+\boxed{エ})$ である。

(2)　それぞれのベクトルの長さは

$$|\vec{a}|=\sqrt{\boxed{オ}t^2+\boxed{カ}\,\boxed{キ}t+\boxed{ク}}$$

$$|\vec{b}|=\sqrt{\boxed{ケ}s^2+\boxed{コ}s+\boxed{サ}}$$

である。

(3)　$s=1$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は，

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{シ}t+\boxed{ス}$$

となるので，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が直交するのは，$t=\boxed{セ}$ のときである。また，これら2本のベクトルが同一直線上にあるのは，$t=\boxed{ソ}$ のときである。

(4)　$t=3$ および $s=3$ とする。このとき，

$$\cos\theta=\frac{\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{チ}}$$

である。

(5)　$s=t$ とする。このとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は，

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{ツ}t^2+\boxed{テ}t+\boxed{ト}$$

となるので，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が直交するのは $t=\boxed{ナ}$ および $t=\boxed{ニ}$ のときである。また，この内積が最小値を取るとき，

$$\cos\theta=\frac{\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネ}\,\boxed{ノ}}}{\boxed{ネ}\,\boxed{ノ}}$$

である。