

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間 80分

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
 2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の各文の にあてはまる答を求めよ。

- (1) a, b を定数とする。整式 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ を $(x-1)^2$ で割った余りが1であるとき、 a の値は (ア), b の値は (イ) である。
- (2) $x = \sin \theta + \cos \theta, y = \sin^3 \theta + \cos^3 \theta + 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta) + 6 \sin \theta \cos \theta - 9 (\sin \theta + \cos \theta)$ とおく。 $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \pi$ のとき、 x のとり得る値の範囲は (ウ) であり、 y を x を用いて表すと $y =$ (エ) となる。さらにこのとき、 y のとり得る値の範囲は (オ) である。
- (3) 3点 $A(-3, 6), B(5, 0), C(4, 7)$ を通る円の中心の座標は (カ) であり、半径は (キ) である。この円と直線 $y = 2x + k$ の共有点の個数が2個であるとき、定数 k のとり得る値の範囲は (ク) である。
- (4) ボタンを押すたびに「あたり」か「はずれ」のいずれか一方だけを画面に表示する機械があり、この機械は以下の規則に従って動く。
 規則 1. 1回目にボタンを押して「あたり」が表示される確率は $\frac{2}{3}$ である。
 規則 2. ボタンを押して「あたり」が表示されたとき、次にボタンを押して「あたり」が表示される確率は $\frac{2}{3}$ である。また、ボタンを押して「はずれ」が表示されたとき、次にボタンを押して「あたり」が表示される確率は $\frac{1}{6}$ である。
 各自然数 n に対して、 n 回目にボタンを押して「あたり」が表示される確率を a_n とする。このとき、 $a_1 = \frac{2}{3}, a_2 =$ (ケ), $a_3 =$ (コ) であり、数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ (サ) である。
- (5) 実部が正で虚部が負である複素数 z が $z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$ を満たすとする。このとき、 z^4 を極形式で表すと $z^4 =$ (シ) であり、 z の値は (ス) である。2つの複素数 $0, z$ を表す複素数平面上の点をそれぞれ O, A とし、線分 OA の中点を表す複素数を w とおくと、 $w^{2017} + (\bar{w})^{2017}$ の値は (セ) である。また、 $1 + z + z^2 + z^3 + z^4$ の値は (ソ) である。

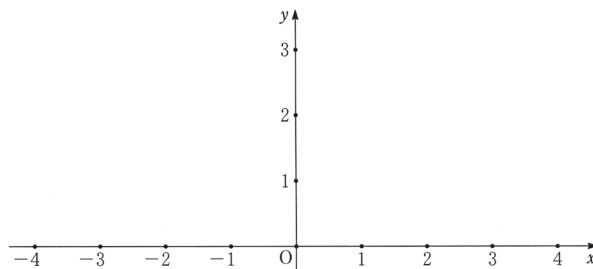
【2】 C は直線 $x = 1$ を軸とする上に凸な放物線であり、原点 O を通るとする。 C と曲線 $y = 2x\sqrt{x}$ の2個の共有点のうち O 以外のものを $A(a, 2a\sqrt{a})$ とおく。

C と曲線 $y = 2x\sqrt{x}$ で囲まれた部分の面積を S とし、 C と x 軸で囲まれた部分の面積を T とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 放物線 C の頂点の y 座標を a を用いて表せ。また、 a のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) S を a を用いて表せ。
- (3) $2S = T$ となる a の値がただ1つ存在することを証明せよ。

【3】 C を方程式 $x^2 + y^2 - |\sqrt{3}x + y| - |\sqrt{3}x - y| = 0$ ($y > 0$) の表す曲線とし、 b を C と直線 $y = b$ が6個の共有点をもつような定数とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 曲線 C の概形をかけ。また、 b のとり得る値の範囲を求めよ。



- (2) 曲線 C と直線 $y = ax + b$ が6個の共有点をもつような定数 a のとり得る値の範囲を $f(b) < a < g(b)$ とおく。 b が(1)で求めた範囲を動くとき、 $g(b) - f(b)$ が最大値をとる b の値を求めよ。