

試験時間 60分

### 【注意事項】

- 試験監督による解答始めの指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 試験時間は60分です。
- この問題冊子は1ページから23ページまであります。
- 解答は解答用紙(マークシート)の所定欄に記入しなさい。設問は **ア** から **オ** まで23問ある。解答用紙の **ネ** 以下にはマークしないこと。
- 解答は所定欄に濃くはっきりとマークしなさい。その際、ボールペン・サインペン・万年筆等は使用してはならない。その他マークの仕方に関しては、解答用紙(マークシート)の注意事項をよく読むこと。
- 試験監督の指示により、解答用紙(マークシート)に氏名(フリガナ)および受験番号を記入し、さらに受験番号をマークしなさい。
- 試験監督の指示により、問題冊子にも受験番号および氏名を記入しなさい。
- 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、メモやチェック等で汚したりしないように注意しなさい。
- 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて試験監督に知らせなさい。
- 試験終了後、問題冊子と解答用紙(マークシート)はともに机上に置いておくこと。持ち帰ってはけません。

以下の問題の  にあてはまる答えを選択肢の中から1つ選び、その番号を解答欄にマークしなさい。

I.  $k$  を実数の定数とし、 $x$  の方程式

$$125^x - (k+3) \cdot 5^x + 2k - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

の実数解について考える。

(1)  $5^x = X$  とおくと、 $\textcircled{1}$ は

$$\text{ア} = 0$$

となる。

(2)  $\textcircled{1}$ が、ただ1つの実数解をもつとき、 $k$ のとり得る値の範囲、および値は

$$k \leq \text{イ}, k = \text{ウ}$$

である。このときの実数解を  $\alpha$  とおくと

$$\alpha = \log_5 \text{エ}$$

であり、 $\alpha$ の小数第1位の数字は **オ** である。

**ア** の選択肢

- $(X-1)(X^2-X-2k+2)$    
   $(X-1)(X^2+X-2k+2)$    
   $(X-1)(X^2+2X-2k+2)$   
  $(X+1)(X^2-X+2k-2)$    
   $(X+1)(X^2+X+2k-2)$    
   $(X-2)(X^2+X-k+1)$   
  $(X-2)(X^2-2X-k+1)$    
   $(X-2)(X^2+2X-k+1)$    
   $(X+2)(X^2-2X+k-1)$   
  $(X+2)(X^2+2X+k-1)$

**イ** の選択肢

- 1     2     3     4     5  
 6     7     8     9     10

**ウ** の選択肢

- 1     2     3     4     5  
 6     7     8     9     10

**エ** の選択肢

- 1     2     3     4     5  
 6     7     8     9     10

**オ** の選択肢

- 1     2     3     4     5  
 6     7     8     9     0

II. 3次関数  $f(x) = x^3 - 6x + 4$  があり、座標平面上の曲線  $K: y = f(x)$  について考える。

(1) 関数  $f(x)$  の極大値を  $M$ 、極小値を  $m$  とすると、 $M - m = \text{カ}$  である。

(2) 曲線  $K$  上の点  $A\left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right)$  における曲線の接線  $l$  の方程式は

$$y = \text{キ}$$

となる。

曲線  $K$  と  $l$  の共有点のうち  $A$  でない方を  $B$  とすると、 $B$  の  $x$  座標は

$$\text{ク}$$

である。また、 $K$  と  $l$  で囲まれた部分の面積は

$$\text{ケ}$$

である。

**カ** の選択肢

- 2     4     8      $\sqrt{2}$       $2\sqrt{2}$   
  $3\sqrt{2}$       $4\sqrt{2}$       $6\sqrt{2}$       $8\sqrt{2}$       $8+8\sqrt{2}$

**キ** の選択肢

- $-6x+4$       $\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}$       $\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$       $\frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$       $\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$   
  $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$       $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$       $\frac{3}{4}x - \frac{25}{8}$       $\frac{3}{4}x - 2$       $\frac{27}{4}x - \frac{11}{4}$

**ク** の選択肢

- 3      $-\frac{11}{4}$       $-\frac{13}{8}$       $-\frac{3}{2}$       $-\frac{3}{4}$   
  $-\frac{1}{2}$      0      $\frac{1}{2}$       $\frac{3}{4}$      3

**ケ** の選択肢

- $\frac{3^4}{2^4}$       $\frac{3^5}{2^4}$       $\frac{3^5}{2^5}$       $\frac{3^6}{2^5}$       $\frac{3^6}{2^6}$   
  $\frac{3^7}{2^5}$       $\frac{3^7}{2^7}$       $\frac{3^8}{2^7}$       $\frac{3^8}{2^8}$       $\frac{3^9}{2^8}$

Ⅲ. 赤球 5 個, 白球 2 個が入った袋から同時に 3 個の球を無作為に取り出して, その中に含まれる赤球, 白球の個数を調べて袋に戻す。この試行を T とする。

- (1) 試行 T を 1 回行ったとき, 白球が 1 個だけ取り出される確率は  コ  である。
- (2) 試行 T を  $k$  回 ( $k=1, 2, 3, \dots$ ) 行ったとき, 白球が少なくとも 1 個取り出される確率は  サ  である。
- (3) 試行 T を 3 回行ったとき, 白球が合計 3 個取り出された。このとき, 白球が同時に 2 個取り出されていた条件付き確率は  シ  である。
- (4) この袋に白球 3 個, 青球  $n$  個 ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) を追加してから 4 個の球を取り出す。このとき, 赤球 3 個, 青球 1 個が取り出される確率を  $p(n)$  とする。  
 $\frac{p(n+1)}{p(n)}$  を考えることにより,  $p(n)$  は  $n =$   ス  のとき最大となることがわかる。

コ の選択肢

- 1   $\frac{2}{7}$    $\frac{3}{7}$    $\frac{4}{7}$    $\frac{5}{7}$   
  $\frac{6}{7}$    $\frac{1}{21}$    $\frac{2}{21}$    $\frac{4}{21}$    $\frac{5}{21}$

サ の選択肢

- $(\frac{2}{7})^k$    $(\frac{3}{7})^k$    $(\frac{4}{7})^k$    ${}_k C_2 (\frac{5}{7})^k$   
  ${}_k C_2 (\frac{6}{7})^k$    $1 - (\frac{2}{7})^k$    $1 - (\frac{3}{7})^k$    $1 - (\frac{4}{7})^k$   
  $1 - {}_k C_2 (\frac{5}{7})^k$    $1 - {}_k C_2 (\frac{6}{7})^k$

シ の選択肢

- $\frac{3}{7}$    $\frac{4}{7}$    $\frac{5}{7}$    $\frac{6}{7}$    $\frac{3}{35}$   
  $\frac{32}{35}$    $\frac{1}{49}$    $\frac{2}{49}$    $\frac{8}{49}$    $\frac{10}{49}$

ス の選択肢

- 1  2  3  4  5  
 6  7  8  9  10

Ⅳ. 数列  $\{a_n\}$  を初項 1, 公差 2 の等差数列とし, 次のように, 第  $n$  群に  $a_n$  個の項が含まれるように群に分ける。

$$1 | 3, 5, 7 | 9, 11, 13, 15, 17 | 19, \dots$$

- (1)  $a_n =$   セ  である。
- (2) 第  $n$  群の末項は  ソ  である。また, 数列  $\{a_n\}$  を初項  $a_1$  から第  $n$  群の末項までの和は  タ  である。
- (3) 第 10 群の 10 番目の項は  チ  である
- (4) 2019 は第  ツ  群の  テ  番目に現れる。

セ の選択肢

- $2n-1$    $2n^2-1$    $2n^4-1$    $4n-1$    $4n^2-1$   
  $4n^4-1$    $n^2$    $n^3$    $n^4$    $n^2-1$

ソ の選択肢

- $2n-1$    $2n^2-1$    $2n^4-1$    $4n-1$    $4n^2-1$   
  $4n^4-1$    $n^2$    $n^3$    $n^4$    $n^2-1$

タ の選択肢

- $2n-1$    $2n^2-1$    $2n^4-1$    $4n-1$    $4n^2-1$   
  $4n^4-1$    $n^2$    $n^3$    $n^4$    $n^2-1$

チ の選択肢

- 21  31  41  91  101  
 179  181  183  199  219

ツ の選択肢

- 20  21  22  23  24  
 30  31  32  33  34

テ の選択肢

- 45  46  47  48  49  
 50  51  52  53  54

Ⅴ.  $\triangle OAB$  において,  $OA=5, OB=7, AB=8$  とする。

- (1)  $\cos \angle AOB =$   ト  である。  
 また,  $\triangle OAB$  の外接円の半径は  ナ  であり,  $\triangle OAB$  の面積は  ニ  である。
- (2)  $\triangle OAB$  の外心を E とし,  $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$  とおくと  
 $\vec{OE} = x\vec{a} + y\vec{b}$  ( $x, y$  は実数)  
 とおける。このとき, 2 辺 OA, OB の中点をそれぞれ M, N とすると,  
 $OA \perp ME, OB \perp NE$  が成り立つことから  
 $(x, y) =$   ヌ   
 と求められる。

ト の選択肢

- $-\frac{11}{14}$    $\frac{11}{14}$    $-\frac{2}{7}$    $\frac{2}{7}$    $-\frac{1}{7}$   
  $\frac{1}{7}$    $-\frac{1}{5}$    $\frac{1}{5}$    $-\frac{1}{2}$    $\frac{1}{2}$

ナ の選択肢

- $\frac{4\sqrt{3}}{3}$    $\frac{7\sqrt{3}}{3}$    $\frac{8\sqrt{3}}{3}$    $\frac{14\sqrt{3}}{3}$    $\frac{28\sqrt{3}}{15}$   
  $\frac{56\sqrt{3}}{15}$    $\frac{14\sqrt{5}}{15}$    $\frac{28\sqrt{5}}{15}$    $\frac{5\sqrt{6}}{3}$    $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

ニ の選択肢

- $\frac{25\sqrt{3}}{4}$    $\frac{35\sqrt{3}}{4}$    $\frac{25\sqrt{3}}{2}$    $\frac{35\sqrt{3}}{2}$    $10\sqrt{3}$   
  $20\sqrt{3}$    $\frac{15\sqrt{5}}{2}$    $15\sqrt{5}$    $7\sqrt{6}$    $14\sqrt{6}$

ヌ の選択肢

- $(\frac{3}{40}, \frac{11}{12})$    $(\frac{3}{40}, \frac{11}{24})$    $(\frac{3}{40}, \frac{22}{49})$    $(\frac{49}{60}, \frac{11}{12})$   
  $(\frac{49}{60}, \frac{11}{24})$    $(\frac{49}{60}, \frac{22}{49})$    $(\frac{49}{120}, \frac{11}{12})$    $(\frac{49}{120}, \frac{11}{24})$   
  $(\frac{49}{120}, \frac{11}{49})$    $(\frac{49}{120}, \frac{22}{49})$