医学部［一般・学士］ 模範解答 英語，数学，理科（物理・化学・生物）

英語

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th>正答</th></tr>
<tr><td rowspan="14">Ⅰ</td><td rowspan="7">問 1</td><td>1</td><td>④</td></tr>
<tr><td>2</td><td>①</td></tr>
<tr><td>3</td><td>②</td></tr>
<tr><td>4</td><td>③</td></tr>
<tr><td>5</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td>6</td><td>①</td></tr>
<tr><td>7</td><td>④</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問 2</td><td>8</td><td>①</td></tr>
<tr><td>9</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td>問 3</td><td>10</td><td>④</td></tr>
<tr><td rowspan="4">問 4</td><td>11</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td>12</td><td>③</td></tr>
<tr><td>13</td><td>②</td></tr>
<tr><td>14</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="8">Ⅱ</td><td>15</td><td>③</td></tr>
<tr><td>16</td><td>④</td></tr>
<tr><td>17</td><td>④</td></tr>
<tr><td>18</td><td>①</td></tr>
<tr><td>19</td><td>③</td></tr>
<tr><td>20</td><td>④</td></tr>
<tr><td>21</td><td>③</td></tr>
<tr><td>22</td><td>③</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th>正答</th></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Ⅲ</td><td>23</td><td>①</td></tr>
<tr><td>24</td><td>②</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="5">Ⅳ</td><td>25</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td>26</td><td>③</td></tr>
<tr><td>27</td><td>②</td></tr>
<tr><td>28</td><td>④</td></tr>
<tr><td>29</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="5">Ⅴ</td><td>30</td><td>⑤</td></tr>
<tr><td>31</td><td>⑦</td></tr>
<tr><td>32</td><td>④</td></tr>
<tr><td>33</td><td>③</td></tr>
<tr><td>34</td><td>②</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Ⅵ</td><td>35</td><td>④</td></tr>
<tr><td>36</td><td>③</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Ⅶ</td><td rowspan="3">A</td><td>37</td><td>①</td></tr>
<tr><td>38</td><td>⑩</td></tr>
<tr><td>39</td><td>⑨</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B</td><td>40</td><td>③</td></tr>
<tr><td>41</td><td>⑧</td></tr>
<tr><td>42</td><td>④</td></tr>
</table>

数学

【1】次の各文の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ。

(1) p, q を実数の定数，i を虚数単位とする。x の方程式

$$x^3-(p-i)x^2+(q-pi)x-2p+\frac{3p}{2}i=0$$

が $2+i$ を解にもつとする。このとき，$p=\boxed{ア}$，$q=\boxed{イ}$ である。また，この方程式の $2+i$ 以外の解を α，β（ただし $|\alpha|<|\beta|$）とおくと，$\left(\dfrac{\beta-i}{\alpha}\right)^7=\boxed{ウ}$ である。

(2) ω を正の定数とする。座標平面上を運動する点 $\mathrm{P}(x,y)$ は時刻 t を媒介変数として，サイクロイド

$$x=2(\omega t-\sin\omega t),\qquad y=2(1-\cos\omega t)\qquad \left(0\leqq t\leqq\frac{2\pi}{\omega}\right)$$

を描くとする。時刻 t における点 P の加速度を $\vec{\alpha}$ とするとき，その大きさは $|\vec{\alpha}|=\boxed{エ}$ である。また，$t=0$ から $t=\dfrac{2\pi}{\omega}$ までの間に点 P が動く道のりは $\boxed{オ}$ である。原点と点 $(2\pi, 4)$ を通る直線を l とするとき，点 P が描く曲線と直線 l で囲まれた部分の面積は $\boxed{カ}$ である。

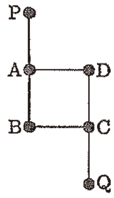
(3) O を原点とする座標空間において，点 $\mathrm{A}(-1,0,-4)$ を通り $\vec{a}=(1,1,1)$ に平行な直線を l，点 $\mathrm{B}(4,-5,0)$ を通り $\vec{b}=(-1,2,0)$ に平行な直線を m とする。このとき，次のような，時刻 t における動点 P, Q を考える。動点 P は $t=0$ で A を出発し，l 上を $\vec{a}$ の方向に一定の速度で進み $t=10$ で点 $(9,10,6)$ に到達する。一方，動点 Q は，$t=0$ から $t=2$ までは点 B で静止しており，その後，$t=2$ で B を出発し，m 上を $\vec{b}$ の方向に一定の速度で進み $t=10$ で点 $(0,3,0)$ に到達する。$0\leqq t\leqq 10$ における $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の各成分を t を用いて表すと $\boxed{キ}$ である。また，$0\leqq t\leqq 10$ における，$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$ の最小値は $\boxed{ク}$ である。

(4) 方程式 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{2z}+\dfrac{1}{3w}=\dfrac{7}{3}$ を満たす自然数の組 (x,y,z,w) について考える。x のとり得る値を全て求めると $\boxed{ケ}$ である。$x=y=1$ のとき，自然数の組 (z,w) を全て求めると $\boxed{コ}$ である。自然数の組 (x,y,z,w) のうち，$xyzw$ の値を最大にするものは $\boxed{サ}$ である。

解答欄

(1)	(ア) 6	(イ) 13	(ウ) $8-8i$
(2)	(エ) $2\omega^2$	(オ) 16	(カ) 2π
(3)	(キ) $(t-1,\ t,\ t-4)$		(ク) 7
(4)	(ケ) 1, 2	(コ) (3, 2), (2, 4)	(サ) (1, 1, 2, 4)

【２】 図のような経路上に点 A, B, C, D, P, Q がある。点 B と点 D に球を１個ずつ置き，次の操作を繰り返す。



(操作) ・経路上に球が置かれている場合，各球を互いに独立に隣接する点へ等しい確率で動かし，各球が同じ点に置かれた場合または各球がそれぞれ点 P と点 Q に同時に置かれた場合は経路上から球を取り除く。
・経路上に球が置かれていない場合，何もしない。

n 回目の操作を終えたとき，経路上に球が２個残っている確率を X_n $(n=1,2,3,\cdots)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) X_2 を求めよ。

球が点 X と Y にあることを (X,Y) と書くことにする。

球が (B,D) の状態から１回操作を行ったとき，起こり得る球の状態は (A,A)，(C,C)，(A,C) の３通りであり，この操作後に球が残っているとすると球の状態は (A,C) である。また，それぞれの確率は〔表 1〕のようになる。したがって，$X_1=\frac{1}{2}$ である。

球が (A,C) の状態から１回操作を行ったとき，起こり得る球の状態は (P,D)，(P,B)，(P,Q)，(D,D)，(D,B)，(D,Q)，(B,B)，(B,Q) の８通りであり，この操作後に球が残っているとすると球の状態は (P,D)，(P,B)，(D,B)，(D,Q)，(B,Q) である。また，それぞれの確率は〔表 2〕のようになる。

〔表 1〕

球の状態	(A,A)	(C,C)	(A,C)
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$

〔表 2〕

球の状態	(P,D)	(P,B)	(P,Q)	(D,D)	(D,B)	(D,Q)	(B,B)	(B,Q)
確率	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
	残	残			残	残		残

よって，$X_2=X_1\times\frac{6}{9}=\frac{1}{3}$

答 $\frac{1}{3}$

(2) X_3 を求めよ。

２回目の操作後に球が残っているとすると，球の状態は (P,D)，(P,B)，(B,D)，(B,Q)，(D,Q) である。この状態から３回目の操作を行ったときに球が残っているとすると，３回目の操作後の球の状態は (A,C) の場合のみであり，いずれの状態からも (A,C) となる確率は $\frac{1}{2}$ である。

よって，$X_3=X_2\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

(B,D) ── (A,C) ─ (P,D) ── (A,C)
　　　　　　　 ─ (P,B) ── (A,C)
　　　　　　　 ─ (B,D) ── (A,C)
　　　　　　　 ─ (B,Q) ── (A,C)
　　　　　　　 ─ (D,Q) ── (A,C)

答 $\frac{1}{6}$

(3) 自然数 k に対して，X_{2k-1} を k を用いて表せ。

奇数回目の操作後に球が残っているとすると，球の状態は必ず (A,C) である。(1)，(2) より，球が (A,C) の状態から２回操作を行ったとき，球が残っている確率は $\frac{6}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ であるから，

$$X_{2k+1}=\frac{1}{3}X_{2k-1}$$

が成り立つ。よって，$X_{2k-1}=X_1\times\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$

答 $X_{2k-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$

(4) n 回目の操作を終えたとき，それまでの操作で，各球が同時に点 P と点 Q に置かれることにより経路上から取り除かれている確率を求めよ。

n 回目の操作後に球の状態が (P,Q) となって，取り除かれる確率を Y_n $(n=1,2,3,\cdots)$ とおくと，求める確率は $\sum_{i=1}^{n}Y_i$ である。ここで，$Y_1=0$ は明らか。

また，n 回目の操作後に球の状態が (A,C) である確率を Z_n $(n=1,2,3,\cdots)$ とするとき，(P,Q) となる直前の状態は (A,C) だから $Y_n=\frac{1}{9}Z_{n-1}$ $(n\geqq 2)$ となる。

(3) より $Z_{2k-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$，$Z_{2k}=0$ だから，自然数 k に対して

$n=2k$ のとき $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}Y_i=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{n-1}Z_i=\frac{1}{9}(Z_1+Z_3+\cdots+Z_{2k-1})=\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2}\left\{1+\frac{1}{3}+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}\right\}=\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{k}\right\}=\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{2}}\right\}$

$n=2k-1$ のとき $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}Y_i=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{n-1}Z_i=\frac{1}{9}(Z_1+Z_3+\cdots+Z_{2k-3})=\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2}\left\{1+\frac{1}{3}+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^{k-2}\right\}=\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}\right\}=\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}}\right\}$

よって，求める確率は n が偶数のとき $\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{2}}\right\}$，$n$ が奇数のとき $\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}}\right\}$

答 n が偶数のとき $\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{2}}\right\}$，$n$ が奇数のとき $\frac{1}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}}\right\}$

【3】a は $a \geqq \dfrac{1}{2}$ を満たす定数とする。$f(x)$ は $x > -1$ で定義された関数で $f(0) = 0$ を満たすとする。また，$x > -1$ で $f(x)$ は微分可能で $f'(x) > 0$ であるとし，$f'(x)$ も微分可能で $f''(x) < 0$ であるとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線，直線 $x = a - \dfrac{1}{2}$, $x = a + \dfrac{1}{2}$ および x 軸で囲まれた部分の面積が $f(a)$ となることを示せ。

$y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における $f(x)$ の接線の方程式は $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$G(x) = f'(a)(x-a) + f(a) - f(x)$ とおくと $G'(x) = f'(a) - f'(x)$，$G''(x) = -f''(x)$ であり，仮定から $G''(x) > 0$ となるので，$G'(x)$ は単調増加である。

$G'(a) = 0$ であるから $\begin{cases} a < x < a + \dfrac{1}{2} \text{においては} G'(x) > 0 \\ a - \dfrac{1}{2} < x < a \text{においては} G'(x) < 0 \end{cases}$ となるので，$G(x)$ は $x = a$ で最小値をとり，最小値は $G(a) = 0$

したがって，$a - \dfrac{1}{2} \leqq x \leqq a + \dfrac{1}{2}$ において常に $G(x) \geqq 0$，すなわち，$f(x) \leqq f'(a)(x-a) + f(a) \cdots$① が成り立つ。

よって，求める面積は $\displaystyle\int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} \{f'(a)x + f(a) - af'(a)\}\,dx = \left[\frac{f'(a)}{2}x^2 + (f(a) - af'(a))x\right]_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} = f(a)$

(2) 不等式 $\displaystyle \frac{1}{2}\left\{f\left(a - \frac{1}{2}\right) + f\left(a + \frac{1}{2}\right)\right\} < \int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} f(x)dx < f(a)$ を示せ。

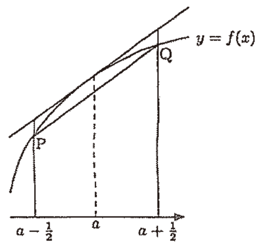
(1)の解答の①の等号成立は $x = a$ のときだけなので，①の両辺を $a - \dfrac{1}{2}$ から $a + \dfrac{1}{2}$ まで積分すると，(1) の結果と合わせて $\displaystyle\int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} f(x)dx < f(a) \cdots$②

一方，$f''(x) < 0$ だから $f(x)$ は上に凸であり，$\mathrm{P}\left(a - \frac{1}{2}, f\left(a - \frac{1}{2}\right)\right)$，$\mathrm{Q}\left(a + \frac{1}{2}, f\left(a + \frac{1}{2}\right)\right)$ とし，直線PQを $y = g(x)$ とおくとき，$a - \dfrac{1}{2} \leqq x \leqq a + \dfrac{1}{2}$ において $f(x)$ は線分PQより上側にあるので，$\displaystyle\int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} g(x)dx < \int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} f(x)dx \cdots$③

が成立。$g(x) = \left(f\left(a + \frac{1}{2}\right) - f\left(a - \frac{1}{2}\right)\right)(x-a) + \frac{1}{2}\left(f\left(a + \frac{1}{2}\right) + f\left(a - \frac{1}{2}\right)\right)$ なので

$\displaystyle\int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} g(x)dx = \frac{1}{2}\left(f\left(a + \frac{1}{2}\right) + f\left(a - \frac{1}{2}\right)\right) \cdots$④

②，③，④より，結論を得る。



(3) 自然数 n に対して，不等式 $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{n} f(x)dx < \sum_{k=1}^{n} f(k) < \int_0^n f(x)dx + \frac{1}{2}f(n)$ を示せ。

$h(a) = \dfrac{1}{2}\left(f\left(a - \frac{1}{2}\right) + f\left(a + \frac{1}{2}\right)\right)$，$g(a) = \displaystyle\int_{a-\frac{1}{2}}^{a+\frac{1}{2}} f(x)\,dx$ とおくと，(2) より $g(a) < f(a)$ なので，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} g(k) < \sum_{k=1}^{n} f(k)$ が成立。

したがって，$\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} f(x)\,dx < \sum_{k=1}^{n} f(k)$ であり，$f(x) > 0$ と合わせて $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{n} f(x)\,dx < \sum_{k=1}^{n} f(k) \cdots$⑤ を得る。

また，(2) より $h(a) < g(a)$ なので，$\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} h\left(\frac{1}{2} + k\right) < \sum_{k=0}^{n-1} g\left(\frac{1}{2} + k\right)$ が成立。

$\therefore\ \dfrac{1}{2}(f(0) + f(1)) + \dfrac{1}{2}(f(1) + f(2)) + \cdots + \dfrac{1}{2}(f(n-1) + f(n)) < \displaystyle\int_0^n f(x)\,dx$

$\therefore\ \displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(k) - \frac{1}{2}f(n) < \int_0^n f(x)\,dx$ 　ゆえに　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(k) < \int_0^n f(x)\,dx + \frac{1}{2}f(n) \cdots$⑥

⑤，⑥より結論を得る。

(4) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} (n!)^{\frac{1}{n \log n}}$ を求めよ。

条件を満たす関数として，$f(x) = \log(x+1)$ をとると，(3) より $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{n} \log(x+1)\,dx < \sum_{k=1}^{n} \log(x+1) < \int_0^n \log(x+1)\,dx + \frac{1}{2}\log(n+1)$

$\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{n} \log(x+1)\,dx = (n+1)\log(n+1) - (n+1) - \frac{3}{2}\log\frac{3}{2} + \frac{3}{2}$，$\displaystyle\int_0^n \log(x+1)\,dx = (n+1)\log(n+1) - (n+1)$ なので，辺々を $(n+1)\log(n+1)$ で割って

$$1 - \frac{1}{\log(n+1)} - \frac{\frac{3}{2}\log\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{(n+1)\log(n+1)} < \frac{\log(n+1)!}{(n+1)\log(n+1)} < 1 - \frac{1}{\log(n+1)} + \frac{1}{(n+1)\log(n+1)} + \frac{1}{2}\frac{\log(n+1)}{(n+1)\log(n+1)}$$

$\displaystyle\lim_{n \to \infty}\left\{1 - \frac{1}{\log(n+1)} - \frac{\frac{3}{2}\log\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{(n+1)\log(n+1)}\right\} = 1$，$\displaystyle\lim_{n \to \infty}\left\{1 - \frac{1}{\log(n+1)} + \frac{1}{(n+1)\log(n+1)} + \frac{1}{2}\frac{\log(n+1)}{(n+1)\log(n+1)}\right\} = 1$ より，はさみうちの原理から

$\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{\log(n+1)!}{(n+1)\log(n+1)} = \lim_{n \to \infty} \frac{\log n!}{n \log n} = \lim_{n \to \infty} \log(n!)^{\frac{1}{n \log n}} = 1$ 　ゆえに　$\displaystyle\lim_{n \to \infty} (n!)^{\frac{1}{n \log n}} = \lim_{n \to \infty} e^{\log(n!)^{\frac{1}{n \log n}}} = e$ 　答　e

数学―3

採点	

物理

問題番号			正答
I	問 1	1	⑬
		2	⑩
	問 2	3	⑦
		4	⑥
	問 3	5	②
		6	④
	問 4	7	⑧
		8	②
		9	⑥
	問 5	10	⑪
		11	⑬

問題番号			正答
II	問 1	12	⑤
		13	⑥
	問 2	14	⑤
	問 3	15	⑨
		16	⑨
	問 4	17	⑫
		18	⑥
	問 5	19	⑬

問題番号			正答
III	問 1	20	⑫
	問 2	21	④
	問 3	22	④
	問 4	23	⑩
	問 5	24	⑰
	問 6	25	⑥
	問 7	26	⑧

化学

問題番号			正答
Ⅰ	問１	1	⑦
	問２	2	⑤
	問３	3	⑧
	問４	4	③
	問５	5	⑧
	問６	6	④
	問７	7	⑧
	問８	8	⑥
Ⅱ	問１	9	①
	問２	10	③
	問３	11	⑩
	問４	12	⑧⑨⑩ ※

※大問Ⅱ 問４について
高校教科書の内容から判断できる正しい記述はc,d の２つなので、正解は⑧となるが、記述 e も排除できないことが判明したため、c,d,e の３つのうちの２つの組み合わせである、⑧, ⑨, ⑩をいずれも正解とする。

問題番号			正答
Ⅲ	問１ (1)	13	②
	問１ (2)	14	①
	問２ (1)	15	⑧
	問２ (2)	16	⑨
Ⅳ	問１	17	⑨
	問２	18	④
	問３	19	②
	問４	20	①
Ⅴ	問１	21	⑦
	問２	22	②
	問３	23	③
	問４	24	⑥

生物

問題番号		正答
I	1	⑧
	2	⑩
	3	②
	4	⑭
	5	⑮
	6	⑤
	7	⑤
	8	③
	9	④
	10	⑥
	11	③
	12	⑤
	13	④
	14	①
	15	④
	16	⑤

問題番号		正答
II	17	②
	18	④
	19	⑥
	20	①
	21	⑩
	22	①
	23	⑤
	24	④
	25	①
	26	②
	27	②
	28	③
	29	⑪
	30	⑤
	31	③
	32	④
	33	④

問題番号		正答
III	34	⑥
	35	⑩
	36	⑥
	37	①
	38	①
	39	⑦
	40	②
	41	②
	42	⑩
	43	②
	44	⑧
	45	⑩
	46	⑦
	47	②
	48	④
	49	⑩
	50	④