理学部 ［一般］ 数学

※英語または数学から１科目選択

試験時間	60 分

【注 意 事 項】

1 **試験監督による解答始めの指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2 **試験時間は60分です。**
3 **この問題冊子は１ページから12ページまであります。**
4 **解答は解答用紙（マークシート）の所定欄に記入しなさい。**
5 **解答は所定欄に鉛筆で濃くはっきりとマークしなさい。**その際，ボールペン・サインペン・万年筆等は使用してはいけません。その他マークの仕方に関しては，解答用紙（マークシート）の注意事項をよく読むこと。
6 **試験監督の指示に従って問題冊子に受験番号および氏名を記入しなさい。**
7 **試験監督の指示に従って，解答用紙（マークシート）に氏名，フリガナおよび受験番号を記入し，さらに受験番号をマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**
8 解答用紙（マークシート）は折り曲げたり，メモやチェック等で汚したりしないように注意しなさい。マークを訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，中途半端な消し方をしないこと。不正確なマークは採点の対象外となります。解答用紙（マークシート）に消しゴムのかすが残っていると，採点が不可能となる場合があります。解答用紙の両面の消しゴムのかすは，回収前に取り除いておくこと。
9 問題冊子の余白は適宜使用してかまいませんが，どのページも切り離してはいけません。
10 試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙（マークシート）の汚れ等に気づいた場合は，手を高く上げて試験監督に知らせなさい。
11 **試験終了後，問題冊子と解答用紙（マークシート）はともに回収しますので，机上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。**

解答上の注意

数学の問題の選択肢は，マイナス符号(－)，０～９までの数字である。

(1) 符号付きの数値を選びたい場合は，特に指定のない限り次の方法で解答用紙の解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{ア}x^2+\boxed{イ}x+\boxed{ウ}$ に $-x+3$ と答えたいとき，

ア ㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ ㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ ㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

のように，$\boxed{イ}$ は２箇所にマークする。

例 2　$\boxed{ア}x+\boxed{イ}\boxed{ウ}$ に $x-34$ と答えたいとき，

ア ㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ ㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
ウ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

のように，$\boxed{イ}$ は２箇所にマークする。

例 3　符号付きの分数で，$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ に $-\dfrac{3}{5}$ と答えたいとき，

ア ㊀ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨
イ ⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

のように，分子の $\boxed{ア}$ は２箇所にマークする。

(2) 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

(3) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$6\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$3\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

［Ｉ］ 次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{メ}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。

(1) $(\sqrt{5}-i)^3=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}+\boxed{ウ}\boxed{エ}\,i$ である。ただし i は虚数単位である。

(2) 10 進法で表された数 23.32 は，5 進法では，

$$\boxed{オ}\boxed{カ}.\boxed{キ}\boxed{ク}_{(5)}$$

と表される。

(3) $\log_{10}5 \fallingdotseq 0.6990$ を用いて計算すると，5^{20} は $\boxed{ケ}\boxed{コ}$ 桁の数である。

(4) $t=\sin\theta+\cos\theta$ とする。θ が $-\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲の値をとるとき，

$f(t)=t^2-\dfrac{2}{3}t+\dfrac{2}{3}$ の最大値は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$，最小値は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。

(5) 袋の中に白玉が２つ，赤玉が１つ入っている。この袋から１つ玉を取り出し，白玉なら袋に戻し赤玉なら戻さないでそのまま持っているという試行を，A, B, C, D, E の５人が順番に行なった。５人が作業を行なった後に袋の中を確認したところ，白玉２つのみが残っていた。

このとき A が赤玉を持っている確率は，

$$\frac{\boxed{ソ}\boxed{タ}}{\boxed{チ}\boxed{ツ}\boxed{テ}}$$

であり，E が赤玉を持っている確率は，

$$\frac{\boxed{ト}\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}\boxed{ヌ}\boxed{ネ}}$$

である。

(6) ２つの変量 x, y のデータが，３個の (x, y) の組として，

$$(x_1, y_1)=(1, -1)$$
$$(x_2, y_2)=(2, 3)$$
$$(x_3, y_3)=(6, 4)$$

のように与えられている。x_1, x_2, x_3 の平均値を $\overline{x}$，y_1, y_2, y_3 の平均値を $\overline{y}$ とする。

このとき変量 x, y の共分散は

$$\frac{\boxed{ノ}\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$$

である。ただし共分散は，２つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め，偏差の積の平均値として定義される。

いま，このデータに４個目の変量の組として $(x_4, y_4)=(\overline{x}, \overline{y})$ が加えられたとき，変量 x, y の共分散は，

$$\frac{\boxed{フ}\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}$$

となる。変量 x, y の相関係数は，変量が３組のときも４組のときも

$$\frac{\boxed{マ}\boxed{ミ}}{\boxed{ム}\boxed{メ}}$$

である。

［Ⅱ］ 次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ハ}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については2，3ページを参照しなさい。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ がある。

$$a_1=2, \quad a_{n+1}=\frac{5a_n-1}{a_n+3}$$

このとき $a_3=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

この数列 $\{a_n\}$ に対して，数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\dfrac{1}{a_n-1}$ で定めると，$\{b_n\}$ のみたす条件は，

$$b_1=\boxed{ウ}, \quad b_{n+1}=\boxed{エ}\,b_n+\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$$

であることがわかる。したがって，$\{b_n\}$ の一般項は，

$$b_n=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}n+\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}} \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

である。また $\{b_n\}$ の初項から第 N 項までの和は，

$$\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}N^2+\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}N$$

である。

$\{b_n\}$ の一般項を用いると，$\{a_n\}$ の一般項は，

$$a_n=\frac{\boxed{ソ}\,n+\boxed{タ}}{n+\boxed{チ}}$$

となる。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{c_n\}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ がある。

$$c_1=1, \quad c_{n+1}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right)c_n$$

このとき $d_n=\dfrac{c_n}{n}$ とおけば，数列 $\{d_n\}$ の一般項は，

$$d_n=\left(\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}\right)^{n-1}$$

となることがわかる。

さらに，$n=1, 2, 3, \cdots$ ごとに定まる関数 $f_n(x)=c_{n+1}\,x+c_n$ を用いて，数列 $\{I_n\}$ を，

$$I_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$$

と定義する。

このとき $I_7=\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}\boxed{ニ}}$，および $I_{11}=\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}\boxed{ノ}\boxed{ハ}}$ である。

［Ⅲ］ 次の文中の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ハ}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については2，3ページを参照しなさい。

xy 平面に2つの放物線，

$$C_1 : y=x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}, \quad C_2 : y=-x^2+2bx-b^2+b+\frac{2}{9}$$

がある。

(1) C_1 と C_2 がただ1つの共有点をもつのは，b の値が $b_1=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ および $b_2=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ のときである。ただし $b_1<b_2$ とする。

$b=b_1$ のとき C_1 と C_2 は $x=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ で接し，その点で共通の接線 l をもつ。

l の方程式は $y=\boxed{キ}\,x+\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

一方，$b=b_2$ のとき C_1 と C_2 は $x=\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ で接し，その点で共通の接線 m をもつ。

m の方程式は $y=\boxed{シ}\,x+\dfrac{\boxed{ス}\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

(2) C_1 と C_2 は $b_1<b<b_2$ のとき2点で交わる。このとき，C_1 と C_2 によって囲まれた部分の面積 S は，$b=\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ において最大値 $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$ をとる。面積 S が最大値をとるとき C_1 と C_2 は，$x=\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$ および $\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ で交わる。

(3) $b=0$ のとき C_1 と C_2 は共有点をもたず，共通の接線を2つもつ。これら2つの接線の傾きはそれぞれ，

$$\frac{\boxed{ネ}\pm\sqrt{\boxed{ノ}}}{\boxed{ハ}}$$

である。