

【注意事項】

- 試験監督による解答始めの指示があるまで、この問題冊子の中を見てもいいけません。
- 試験時間は70分です。
- この問題冊子は1ページから7ページまであります。
- 解答は解答用紙の所定欄に記入しなさい。
- 試験監督の指示により、解答用紙には志望学部、志望学科、受験番号および氏名を、問題冊子には受験番号および氏名をそれぞれ記入しなさい。
- 問題1から問題6は答えのみを解答用紙に記入しなさい。
- 問題7は答えだけでなく解答の過程も簡潔に記すこと。解答の過程も採点の対象となります。
- 計算用紙はないので、問題冊子の余白部分を利用すること。
- 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて試験監督に知らせなさい。
- 試験終了後、問題冊子と解答用紙はともに机の上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。

問題1から問題6は にあてはまる答えを求めよ。

問題7は解答の過程も記すこと。

問題1. $x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ のとき、 $x + y$ の値は ア , xy の値は イ .
 $x^3 + y^3$ の値は ウ である。

問題2. 2直線 $2x - y = 0, x + 3y - 2 = 0$ のなす角を θ とするとき、 $\tan \theta =$ エ であり、 $\cos 2\theta =$ オ である。ただし、 θ は鋭角であるとする。

問題3. 袋の中に1から9までの数字を1つずつ書いた9個の玉が入っている。その袋から玉を1個取り出し、書かれた数字を確認してから袋に戻すという試行を3回繰り返す。このとき、1回目に出た数字を一の位、2回目に出た数字を十の位、3回目に出た数字を百の位として3桁の整数をつくる。この整数が2の倍数である確率は カ であり、6の倍数でない確率は キ である。

問題4. $(1 + \frac{1}{2}x)^{10}$ を展開したときの x^r の係数を a_r とする ($r = 0, 1, \dots, 10$)。このとき、 $\frac{a_{r+1}}{a_r}$ の値を r を用いて表すと ク である ($r = 0, 1, \dots, 9$)。 a_r が最大となる r の値は ケ である。

問題5. 平行四辺形 ABCD において、辺 CD を 3:2 に内分する点を E、対角線 BD を 5:2 に内分する点を F とする。 $\vec{AF} = k\vec{AE}$ を満たす実数 k の値は コ である。対角線 BD と対角線 AC の交点を G としたとき、 $DF : FG =$ サ であり、2つの三角形 AFD と GFE の面積比は $\triangle AFD : \triangle GFE =$ シ である。

問題6. x, y が $xy = 10000, x \geq 10, y \geq \frac{1}{100}$ を満たすとし、 $\log_{10} x = t$ とおく。このとき、 $\log_{10} y$ を t を用いて表すと、 $\log_{10} y =$ ス であり、 t のとりうる値の範囲は セ である。

次に、 $-2(\log_{10} x)^2 \cdot \log_{10} y + 7\log_{10} x \cdot \log_{10} y - 4\log_{10} x$ を t を用いて表した式を $f(t)$ とすると、 $f(t) =$ ソ である。また、 t についての方程式 $f(t) - a = 0$ が セ の範囲に異なる2個の実数解をもつような定数 a のとりうる値の範囲は タ である。

問題7. a を実数の定数とし、関数 $f(x)$ が等式

$$f(x) = x^3 + 3(a-1)x^2 - 3(2a-1)x - 6a^2 + 3a - 1 + \int_{x-1}^x f'(t) dt$$

を満たすとする。このとき、次の問に答えよ。

- 関数 $f(x)$ を a を用いて x についての多項式で表せ。
- 曲線 $y = f(x)$ と x 軸との共有点の個数がちょうど2個であるような a の値を求めよ。
- a を(2)で求めた値とする。このとき、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。