理学部 ［一般］ 数学

※英語または数学から１科目選択

試験時間　60分

【注意事項】

1 試験監督による解答始めの指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2 試験時間は60分です。
3 この問題冊子は１ページから12ページまであります。
4 解答は解答用紙（マークシート）の所定欄に記入しなさい。
5 解答は所定欄に鉛筆で濃くはっきりとマークしなさい。その際，ボールペン・サインペン・万年筆等は使用してはいけません。その他マークの仕方に関しては，解答用紙（マークシート）の注意事項をよく読むこと。
6 試験監督の指示に従って，問題冊子に受験番号および氏名を記入しなさい。
7 試験監督の指示に従って，解答用紙（マークシート）に氏名，フリガナおよび受験番号を記入し，さらに受験番号をマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
8 解答用紙（マークシート）は折り曲げたり，メモやチェック等で汚したりしないように注意しなさい。マークを訂正する場合は，消しゴムできれいに消し，中途半端な消し方をしないこと。不正確なマークは採点の対象外となります。解答用紙（マークシート）に消しゴムのかすが残っていると，採点が不可能となる場合があります。解答用紙の両面の消しゴムのかすは，回収前に取り除いておくこと。
9 問題冊子の余白は適宜使用してかまいませんが，どのページも切り離してはいけません。
10 試験中に問題冊子の印刷不明瞭，ページの落丁・乱丁および解答用紙（マークシート）の汚れ等に気づいた場合は，手を高く上げて試験監督に知らせなさい。
11 試験終了後，問題冊子と解答用紙（マークシート）はともに回収します。試験室から持ち出した場合は，不正行為となります。

解答上の注意

数学の問題の選択肢は，マイナス符号(－)，０～９までの数字である。

(1) 符号付きの数値を選びたい場合は，特に指定のない限り次の方法で解答用紙の解答欄にマークして答えなさい。

例 1　$\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イ}}x+\boxed{\text{ウ}}$ に　$-x+3$　と答えたいとき，

ア　－ ⓪ 1 2 3 4 5 6 7 8 9
イ　⊖ 0 ① 2 3 4 5 6 7 8 9
ウ　－ 0 1 2 ③ 4 5 6 7 8 9

のように，$\boxed{\text{イ}}$ は２箇所にマークする。

例 2　$\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}\boxed{\text{ウ}}$ に　$x-34$　と答えたいとき，

ア　－ 0 ① 2 3 4 5 6 7 8 9
イ　⊖ 0 1 2 ③ 4 5 6 7 8 9
ウ　　 0 1 2 3 ④ 5 6 7 8 9

のように，$\boxed{\text{イ}}$ は２箇所にマークする。

例 3　符号付きの分数で，$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ に　$-\dfrac{3}{5}$　と答えたいとき，

ア　⊖ 0 1 2 ③ 4 5 6 7 8 9
イ　　 0 1 2 3 4 ⑤ 6 7 8 9

のように，分子の $\boxed{\text{ア}}$ は２箇所にマークする。

(2) 分数形で解答する場合は，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

(3) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中の自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$6\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを，$3\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

［Ⅰ］ 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ヒ}}$ にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。

(1) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。関数 $y(\theta)=\sin^2\theta+\dfrac{1}{2}\cos\theta$ が最大値をとるとき

$$\sin\theta=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。また，関数 $y(\theta)$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) 不等式 $|5x+2|+|2x-1|+|x-3| \geqq 30$ を満たす x の範囲は

$$x \leqq \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\quad \boxed{\text{コ}} \leqq x$$

である。

(3) $x \geqq 1$，$y \geqq 1$，$x^2y=16$ のとき，$(\log_2 x)(\log_2 y)$ は $x=\boxed{\text{サ}}$，$y=\boxed{\text{シ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ス}}$ をとる。

(4) 循環小数 $2.\dot{0}2\dot{3}=2.023023\cdots$ を既約分数で表すと

$$\frac{\boxed{\text{セ}}\boxed{\text{ソ}}\boxed{\text{タ}}\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(5) ７個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を用いて，同じ数字を２回以上使わずに４桁の整数を作る。それらの整数を値の小さい順に並べたとき，初めて 4000 を超える整数は $\boxed{\text{ナ}}\boxed{\text{ニ}}\boxed{\text{ヌ}}$ 番目であり，500 番目の整数は $\boxed{\text{ネ}}\boxed{\text{ノ}}\boxed{\text{ハ}}\boxed{\text{ヒ}}$ である。

［Ⅱ］ 次の文中の$\boxed{ア}$～$\boxed{ハ}$にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。

(1) 数列$\{a_n\}$は$a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+3n-5$ ($n=1, 2, 3\cdots$) によって定められる。
このとき，$a_{n+1}-a_n=b_n$とおけば，数列$\{b_n\}$の一般項は

$$b_n=\frac{\left(\boxed{ア}\right)^n}{\boxed{イ}}+\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

となる。したがって，数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n=\frac{\left(\boxed{オ}\right)^n}{\boxed{カ}}+\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}n+\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$$

である。

(2) 数列$\{c_n\}$は$c_1=1$，$c_2=3$，$c_{n+2}=5c_n+12$ ($n=1, 2, 3\cdots$) によって定められる。このとき

$$c_{n+2}+\boxed{サ}=\boxed{シ}\left(c_n+\boxed{サ}\right)$$

である。したがって，数列$\{c_n\}$の一般項は，nが偶数のとき
$n=2m$ ($m=1, 2, 3\cdots$) とすると

$$c_n=c_{2m}=\boxed{ス}\left(\boxed{セ}\right)^{m-1}+\boxed{ソ}$$

であり，nが奇数のとき$n=2m-1$ ($m=1, 2, 3\cdots$) とすると

$$c_n=c_{2m-1}=\boxed{タ}\left(\boxed{チ}\right)^{m-1}+\boxed{ツ}$$

である。

(3) 数列$\{f_n\}$，$\{g_n\}$ ($n=1, 2, 3\cdots$) の一般項は，それぞれ$f_n=3n-2$，$g_n=5n+3$で与えられる。このとき，数列$\{f_n\}$と$\{g_n\}$に共通に含まれる数を小さい方から順に並べてできる数列$\{h_k\}$ ($k=1, 2, 3\cdots$) の一般項は

$$h_k=\boxed{テ}\boxed{ト}k+\boxed{ナ}$$

である。

(4) 数列$\{A_n\}$は

$$A_{n+1}=\begin{cases}1-A_n & (A_n\geqq 0 \text{のとき})\\ 1+2A_n & (A_n<0 \text{のとき})\end{cases} \quad (n=1, 2, 3\cdots)$$

によって定められる。

(i) $A_1=2$のとき，$A_5=\boxed{ニ}$である。

(ii) $A_1=\dfrac{13}{12}$のとき，$A_8=\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$である。

(iii) $A_1=\dfrac{7}{5}$のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{30}A_k=\boxed{ノ}\boxed{ハ}$である。

［Ⅲ］ 次の文中の$\boxed{ア}$～$\boxed{ネ}$にあてはまる最も適切な数値を答えなさい。
ただし，数値の選び方については２，３ページを参照しなさい。

３次関数$f(x)=x^3+2ax^2+2x+b$，および４次関数$g(x)=xf(x)$について考える。ここでa，bはそれぞれある定数である。

(1) 関数$f(x)$は

$$-\frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}\leqq a\leqq\frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$$

のとき極値をもたない。

(2) $a=0$のとき，xy平面において，曲線$y=f(x)$の$x=-1$における接線の方程式は

$$y=\boxed{ウ}x+\boxed{エ}+b$$

であり，この接線は曲線$y=f(x)$と

$$x=\boxed{オ}$$

で交わる。この接線と曲線$y=f(x)$によって囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{カ}\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$$

である。

(3) aを再びある定数とする。関数$g(x)$が$x=-1$で極値をとるならば，

$$b=\boxed{ケ}a+\boxed{コ}$$

であり，このとき

$$g(-1)=\boxed{サ}a+\boxed{シ}$$

である。

(4) 以下では，関数$g(x)$は$x=-1$で極値を取るとする。

(i) $a=2$のとき，$g(x)=0$となるxの値は$x=0$の他に

$$\boxed{ス}，\ \boxed{セ}+\sqrt{\boxed{ソ}}，\text{および}\ \boxed{セ}-\sqrt{\boxed{ソ}}$$

である。

(ii) 関数$g(x)$は

$$\frac{\boxed{タ}-\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}\leqq a\leqq\frac{\boxed{タ}+\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}$$

のとき$x=-1$でただ一つの極値を取る。

(iii) $a=0$とする。xy平面の$x\geqq 0$の領域において，２つの曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$およびy軸によって囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{ト}\boxed{ナ}\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}\boxed{ネ}}$$

である。